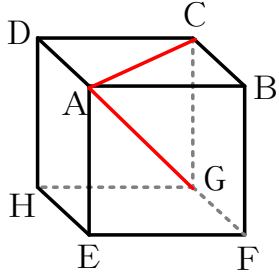


立方体を合同な3つの立体に分割する

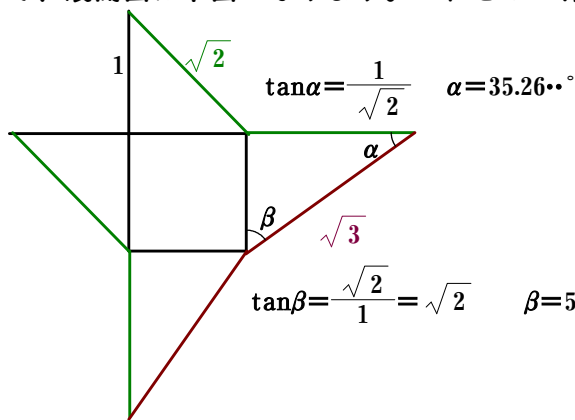
一辺の長さが1の立方体 ABCD-EFGH を考えます。すると、AC、AGの長さは $AC = \sqrt{2}$, $AG = \sqrt{3}$ です



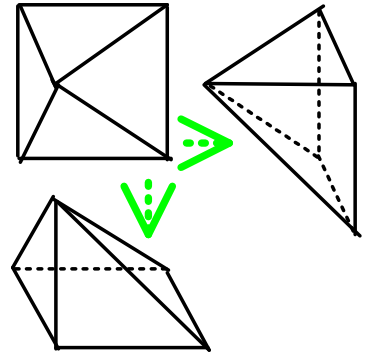
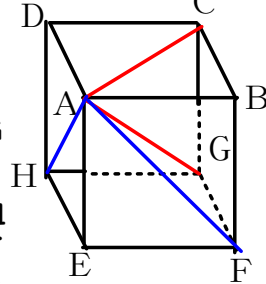
$\triangle ACG$ を含む平面で立方体を切断すると、合同な2つの三角柱ABC-EFG、ACD-EGHに分割されます。

では、合同な3つの立体に分割するにはどうしたらいいでしょうか
それは、もう2本の線AH、AFを入れるだけで出来ます。すると、合同な3つの四角錐A-EFGH、A-VDHG、A-BCGEに分割できます。

その1つのA-CDHGの辺の長さは、 $CD=DH=HG=G$
 $C=AD=1$ 、 $AC=AH=\sqrt{2}$ 、 $AG=\sqrt{3}$ なの
で、展開図は下図になります。これを3つ作って別々に組



み立てて、3つの三角錐を合せて立方体を作ることが出来ます。



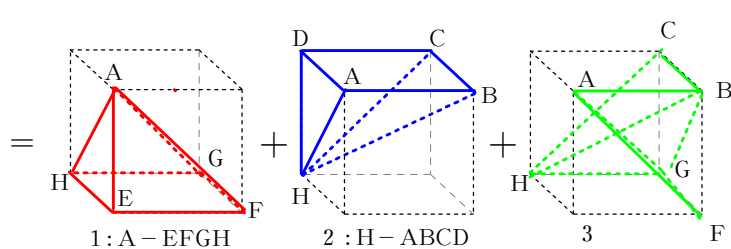
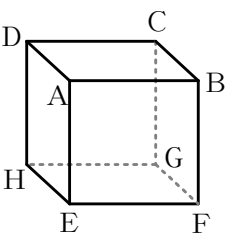
るように作りました。それが右図です。これを皆さんに作っていただきます。

では、直方体は？ 勿論、合同な立体ではありませんが、体積が等しい3つの四角錐に分割できます。 $AB=x$ 、 $AD=y$ 、 $AE=z$ とすると、四角錐A-CDHGは底面積は xz で高さが y 、四角錐A-EFGHの底面積が xy で高さが z 、四角錐A-BCGFの底面積が yz で高さが x になり、底面積と高さの積はどれも一致します。

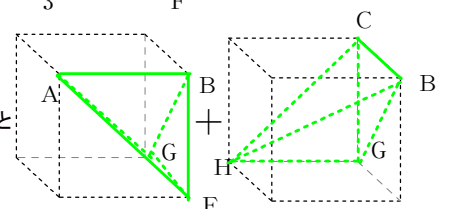
実は、別の切断の方法もあります。それが下図で、体積の等しい3つの立体に分割します。1(赤色のA-EFH)と2(青色のH-ABCD)は体積が等しい四角錐になります(立方体なら合同になります)。これらと3の体積が等しくなります。

それは、赤い四角錐を平面AEGで2つの三角錐A-EGHとA-EFHに分割して考えると、A-EFGと

緑色の三角錐G-AFBは体積が等しくなり、A-EFHと緑色の三角錐H-BCGも体積は等しくなり、1と3は体積が同じことがわかり、体積の等しい3つの立体に分割できます。



立体 3 を平面ABGHで切断すると



作り方

1. 左の部の切り取り。分目り下
展線を取りま部り折て
分取点にはにさい。

2. 3つ角のセテ貼下セテなノン構。液り場やま
の四角で⑫をンでて。ンでもボも
をも①部ロー付けローくりド
いた体な合ふす。

① 直角の
三角、②
部分、③
～④は正貼
方形にす。
⑤～⑧、
⑨～⑫も
同様です。

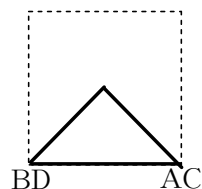
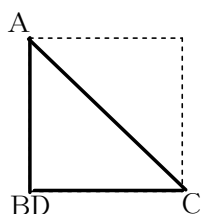
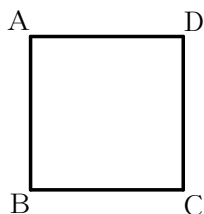
3. 3つ角のセテ貼下セテなノン構。液り場やま
の四角で⑫をンでて。ンでもボも
をも①部ロー付けローくりド
いた体な合ふす。

1. 折り紙で三角定規を作ろう

これは広島の中原克芳先生に教えていただいたものです。簡単に折り紙で三角定規を折ることが出来ます。まずは、普通に市販されている三角定規で、折り紙の一边の長さが 45° 45° 90° の直角三角形の斜辺になっていて、 30° 60° 90° の直角三角形の 60° の対辺になっています。

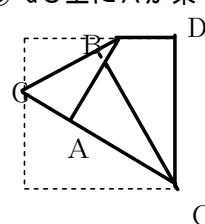
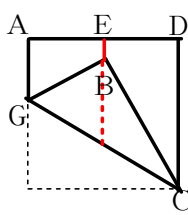
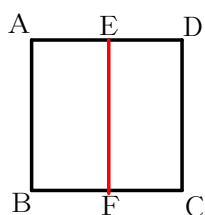
まずは、 45° 45° 90° の三角定規です。

- ① DをBに重ねるように折る ② AをCに重ねるように折る ③ できあがり

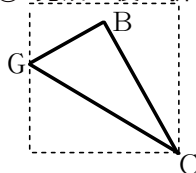
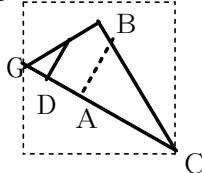


次は、 30° 60° 90° の三角定規です。正三角形を折る方法を思い出して下さい。

- ① 縦の中央に折り目EFを付ける ② BがEF上に来るようにGCで折る ③ GC上にAが来るように折る



- ④ DがGC上に来るように折る ⑤ 完成 後に折った部分を中心にしまってもいい

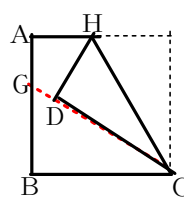
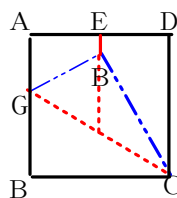
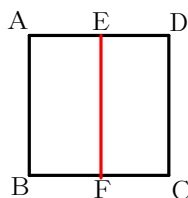


出来ましたか。これは普通に市販されている三角定規です。

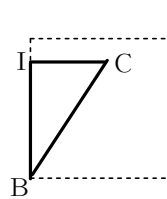
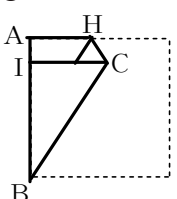
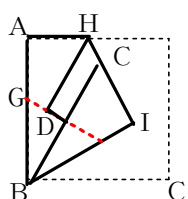
次に、二種類の三角定規の斜辺の長さを揃えることをします。折り紙の一边の長さを斜辺にします。だから、 45° 45° 90° の三角定規は上記のものです。

では、 30° 60° 90° の三角定規です。

- ① 縦の中央に折り目EFを付ける ② BがEF上に来るようにGCで折り戻す ③ GC上にDが来るように折る



- ④ CがCH上に来るように折る ⑤ IがAB上に来るように折る ⑥ AHをICで折り曲げる内側に入れて完成

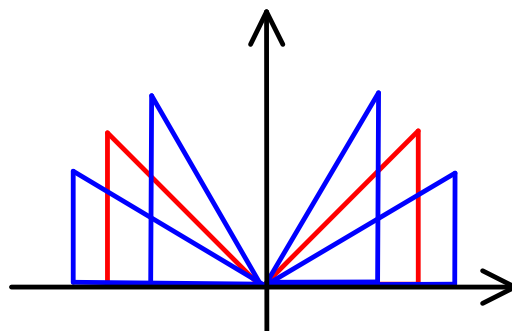


出来ましたか。二種類の三角定規の斜辺の長さが揃っていることを確認してみましょう。

2. 斜辺の長さが揃った三角定規を使って 三角比の値の変化を座標上に示よう

斜辺の長さが揃った三角定規を 45° 45° 90° のものを2個、 30° 60° 90° のものを4個作ります。

それをつかって、 30° 45° 60° 120° 135° 150° を表すようにして、座標平面上に貼付けましょう。



3. おわりに 45° 45° 90° の三角定規について

中原先生が作成された三角定規の折り方は、実はコピー紙での作成を考えたものでした。それを折り紙用にしたものです。それで、コピー紙なら 45° 45° 90° の三角定規を折った場合、余分の部分が出るので、それを折り返し中に入れることで、パカパカしなくなります。それが折り紙だと余分が出来ないので、1の折り方だと、パカパカしてしまいます。座標に貼付けてしまうのならそれでいいのですが、単独での三角定規だと気になるので、別の折り方を紹介します。次のサイトをご覧ください。

・折り紙の世界 - みかわの森 <https://mikawanomori.sakura.ne.jp/suugaku/origami.html>

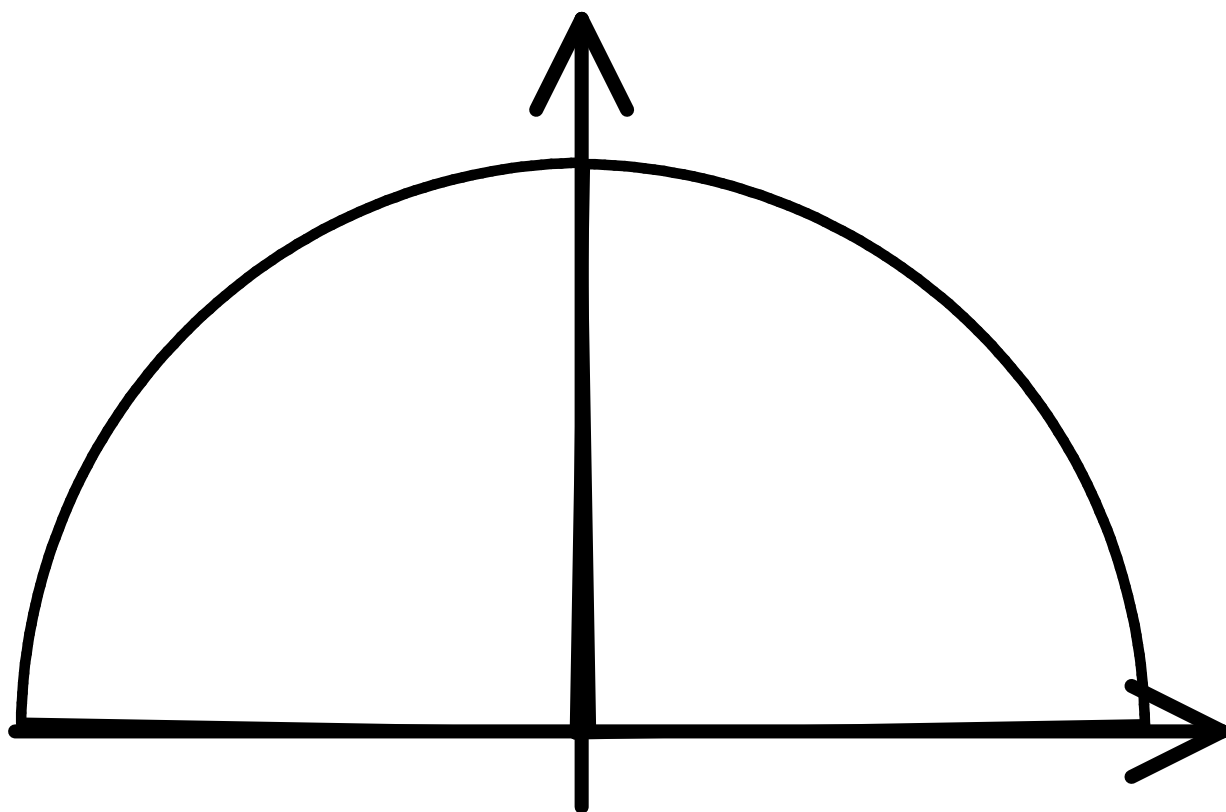
ネットで「折り紙で三角定規」で検索をしたら、次の YouTube がありました。

・ <https://www.youtube.com/watch?v=Bs6QsVUfDx0> かんたんさんかくじょうぎのつくりかた

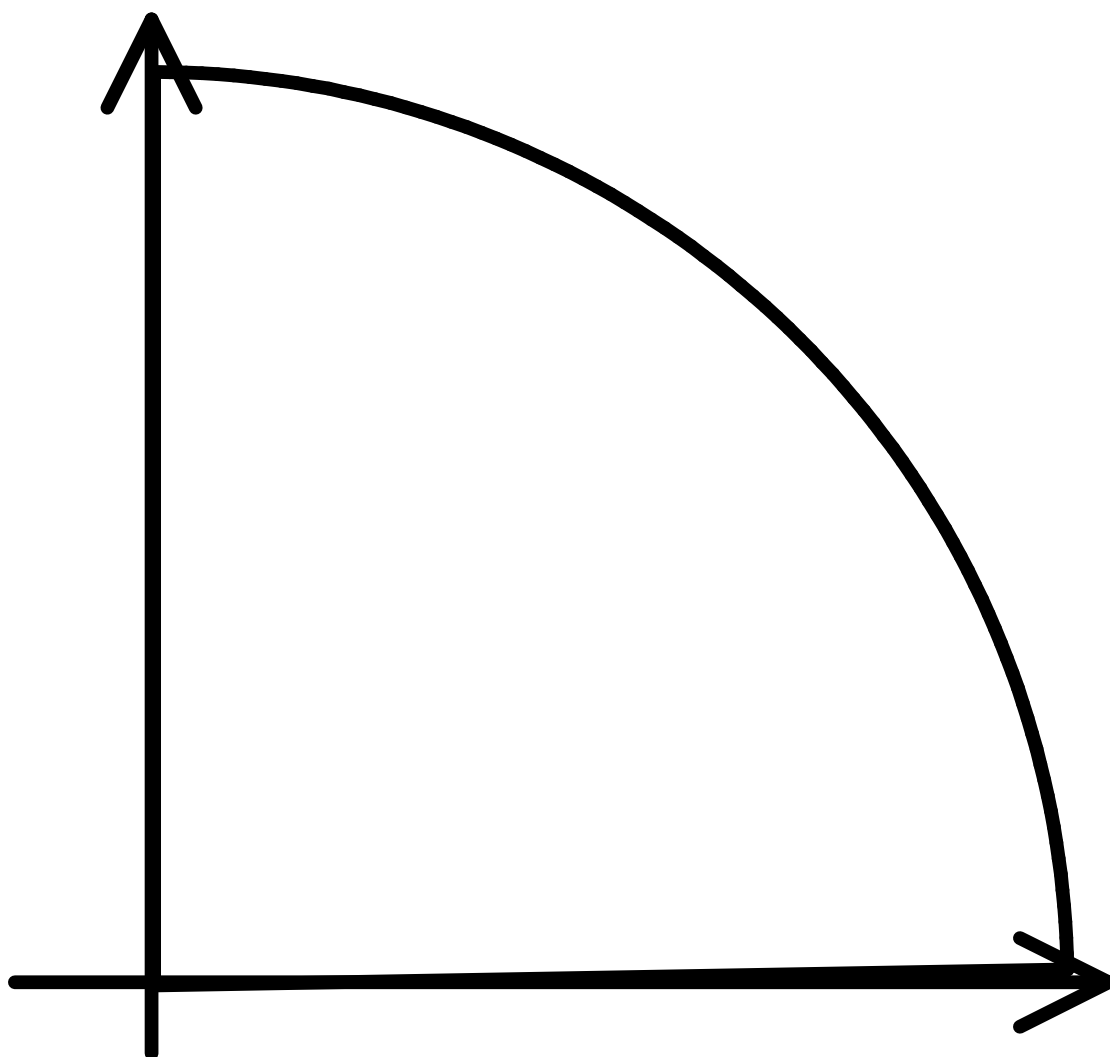
・ <https://www.youtube.com/watch?v=kpghFa0cVIY> 29.三角じょうぎ

上は、普通に市販されている三角定規で、下のものが斜辺の長さを揃えた三角定規の折り紙で折っている動画です。一度ご覧ください。

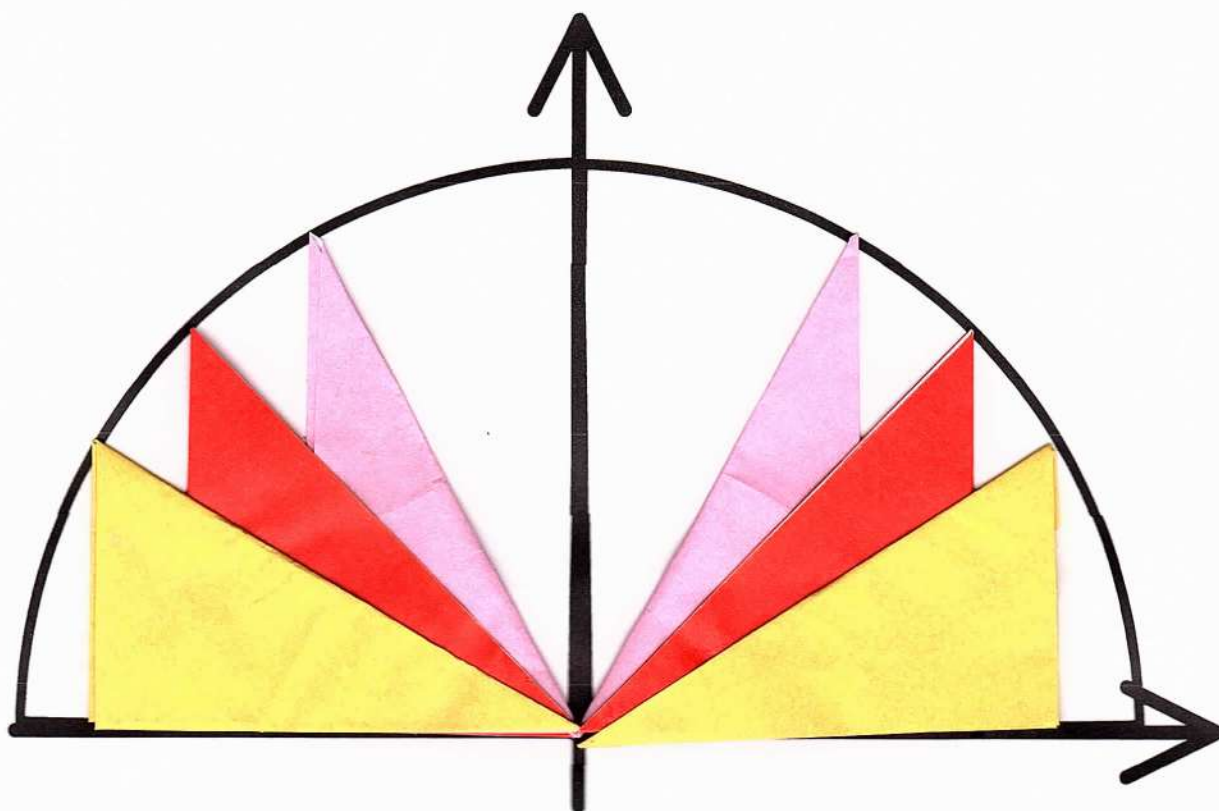
一辺が
75cm の
折り紙



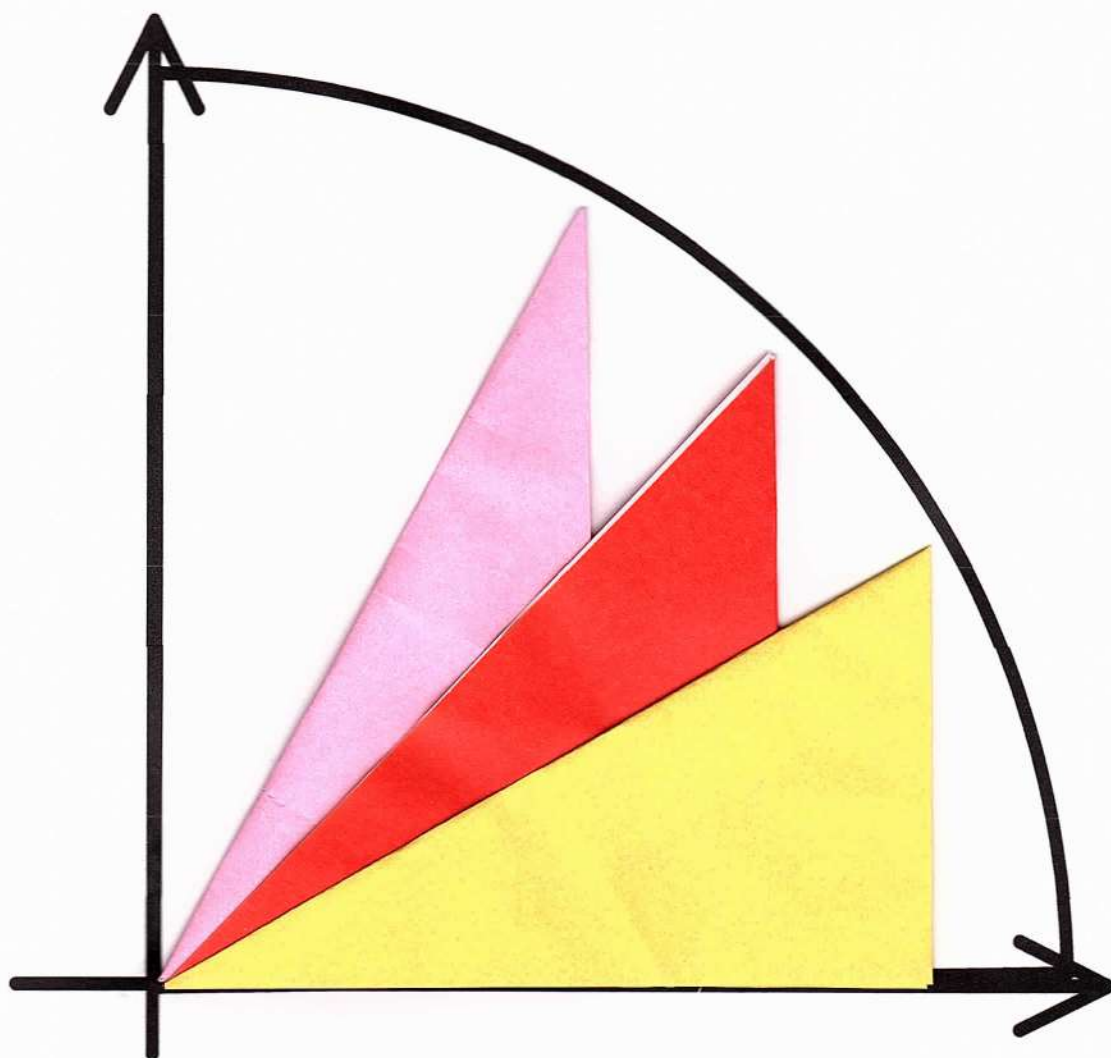
一辺が
117cm の
折り紙



一辺が
75cm の
折り紙



一辺が
117cm の
折り紙



トランプ(かけ算)九九

これは兵庫教育大学教授・関西パズル会の濱中裕明先生が考案したそうで、中原克芳先生から教わったものです。

1. トランプ九九の遊び方

遊び方は3通りあります。その3通りに共通なことを説明します。

1-1 基本

トランプの絵札とジョーカーを除いた40枚のトランプを使います。Aのカードは「1」で、10のカードは「0」として、4枚のカードで九九を作ります。カードの種類は問わず、数字のみで、カードの並びは入れ替え可能で、九九を作ります。

九九が出来たときは、その九九を言います。それを参加者で確認をします。

算九九を作る際は1~9の段で作ります。かけ算の結果が1桁の場合は十の位に「0」を使い、カードは必ず4枚使うことにします。

例えば、「2」と「3」と「0(10のカード)」と「6」で、 $2 \times 3 = 6$ の「にさんがろく」と発声します。

「2」と「3」と「7」と「9」で、 $3 \times 9 = 27$ の「さんくにじゅうしち」と発声します。

3通りの遊び方です。麻雀風、坊主めくり、神経衰弱の3通りあります。

1-2 麻雀風

まず、各自に3枚ずつカードを配り、残りは場に山に裏にして置きます。山の上から順番に1人ずつカードをめくり、そのカードと合せた4枚で九九が出来ないかを考え、九九が出来たらその九九を言ってあがり、九九が出来なかったら手持ちの4枚のカードから1枚を選んで場に捨てます。場に捨てられたら、他の方はそのカードで九九が出来ないかを考え、九九が出来ればその捨てカードであがる事が出来ます。

誰も九九が出来なければ、次の者が山から1枚カードをとり、九九が出来ないかを考えます。

こうして、場の山のカードがなくなるまで行い、あがった速さで順位を決めます。

1-3 坊主めくり

親がカードを1枚ずつ場にカードを表向きに置き、九九出来るかどうかを考えます。九九をみつけた者がその九九を言って、その4枚を受け取ります。もちろん、場のカードが3枚になるまでは九九が出来ないので順々に置いていきます。

場の4枚で九九が出来ない場合は、もう1枚を場に置いて、5枚のカードのうちの4枚で九九が出来ないかを考えます。それでも出来ない場合は、もう1枚を場に置いて、6枚のカードのうちの4枚で九九が出来ないかを考えます。それでも出来ない場合は、もう1枚を場において……と繰り返します。

最終的に手持ちのカードの枚数が最も多い物が勝ちです。

1-4 神経衰弱

40枚のカードを裏にして広げて置きます。その中の2枚をみせカードとして表にします。順番に、3枚のカードを表にして、5枚のカードの中の4枚で九九が出来ないかを考えます。九九が出来たら、そのカードを受け取り、残りの1枚と場の1枚を表にしてみせカードとして繰り返し、九九が出来ない場合は、みせカードを以外は裏にして、次の方の番になります。

場にカードがなくなったり、九九が出来ない状態になったらゲームは終了し、手持ちのカードの枚数で順位を決めます。

2. やってみましょう！

3. 3通りの遊び方について

坊主目めぐりで遊ぶとすると、速さ勝負になります。九九をしっかりと覚えている者や頭の回転が速い者が有利になります。それが欠点とも考えることが出来ます。この方法ならオンラインでも遊ぶことが出来ます。

その点、麻雀風で遊ぶと、じっくり考える事が出来ます。九九をしっかりと覚えていない場合は麻雀風で遊ぶといいでしょう。

神経衰弱で遊ぶのは、なかなか覚えておけなくて難しいようです。もしかしたらみせカードを3枚にして、選ぶカードを2枚にした方がいいのかもしれませんが。そうしたら、みせカード3枚で、次にどういうカードが出てくればいいのかを考えたりすることが出来ます。

例えば、「1」と「2」と「3」がみせカードなら、「4」でも「7」でもいいことになります($3 \times 4 = 12$ 、 $3 \times 7 = 21$ 。同じように、「1」と「8」と「9」がみせカードなら、「2」でも「9」でも構いません($2 \times 9 = 18$ 、 $9 \times 9 = 81$)。3通りの待ちがある場合もあります。

4. いろいろ

4-1 4枚とって九九が出来る確率は 約1//6

40枚のカードから4枚を取り出す方法は ${}_{40}C_4 = 91376$ 通りあり、九九が出来るのは14576通りあるそうです。

4-2 聴牌する確率は ほぼ1/2

4-3 九九のパターン

4枚のカードが同じ数字の場合(A A A A)をA型

3枚のカードが同じ数字の場合(A A A B)をB1型

2枚のカードが同じ数字の場合は2通りあり、(A A B B)をB2型、(A A B C)をC型

同じ数字のない場合(A B C D)をD型として考えると

A型とB2型では九九が出来ません。

B1型の九九は3通りだけで、「5 5 2 5」と「6 6 3 6」と「1 1 0 1」だけです。

それ以外の九九は、D型とC型になります。

A型の九九がないのは、 $A \times A = 10A + A$ とすると、 $AA = A(10+1)$ となり、 $A=11$ になるので、 $A < 10$ に反するのであり得ません。

B2型の九九がないのは、 $A \times A = 10B + B$ と $A \times B = 10A + B$ の2通りが考えられますが、前者は $AA = 11B$ で $A=11$ になってしまい、後者は $AB = 10A + B$ で $B \leq 9$ なので左辺は $9A$ 以下になるのであり得ません。

5. 九九表

1 1 0 1	2 1 0 2	3 1 0 3	4 1 0 4	5 1 0 5	6 1 0 6	7 1 0 7	8 1 0 8	9 1 0 9
2 1 0 2	2 2 0 4	3 2 0 6	4 2 0 8	5 2 1 0	6 2 1 2	7 2 1 4	8 2 1 6	9 2 1 8
3 1 0 3	2 3 0 6	3 3 0 9	4 3 1 2	5 3 1 5	6 3 1 8	7 3 2 1	8 3 2 4	9 3 2 7
4 1 0 4	2 4 0 8	3 4 1 2	4 4 1 6	5 4 2 0	6 4 2 4	7 4 2 8	8 4 3 2	9 4 3 6
5 1 0 5	2 5 1 0	3 5 1 5	4 5 2 0	5 5 2 5	6 5 3 0	7 5 3 5	8 5 4 0	9 5 4 5
6 1 0 6	2 6 1 2	3 6 1 8	4 6 2 4	5 6 3 0	6 6 3 6	7 6 4 2	8 6 4 8	9 6 5 4
7 1 0 7	2 7 1 4	3 7 2 1	4 7 2 8	5 7 3 5	6 7 4 2	7 7 4 9	8 7 5 6	9 7 6 3
8 1 0 8	2 8 1 6	3 8 2 4	4 8 3 2	5 8 4 0	6 8 4 8	7 8 5 6	8 8 6 4	9 8 7 2
9 1 0 9	2 9 1 8	3 9 2 7	4 9 3 6	5 9 4 5	6 9 5 4	7 9 6 3	8 9 7 2	9 9 8 1

5. 遊び方を考えました

5-1 ばば抜き、じじ抜き風

参加者が3人の場合、スペード、クラブ、ハート、ダイヤのどれか1組の10枚のカードを使います。10枚のカードを親には4枚、他の2人には3枚ずつ配ります。

配った段階で親が九九ができていたら、その九九を発声して、ゲームは終了です。

ばば抜きやジジ抜きと同じように、順番を1(親)、2、3と決めて、2番の者が1番の親の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかどうかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

3番の者が2番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

1番の親が3番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

このことを繰り返し、誰から九九が出来るまで続けます。

参加者が4人の場合、スペード、クラブ、ハート、ダイヤのどれか1組の10枚のカードに、他の種類の1、2、3のカードを加えて13枚のカードを使います。13枚のカードを親に4枚、他の3人には3枚ずつ配ります。

配った段階で親が九九ができていたら、その九九を発声して、ゲームは終了です。

ばば抜きやジジ抜きと同じように、順番を1(親)、2、3、4と決めて、2番の者が1番の親の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかどうかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

3番の者が2番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

4番の者が3番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

1番の親が4番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

このことを繰り返し、誰から九九が出来るまで続けます。

参加者が5人の場合、スペード、クラブ、ハート、ダイヤのどれか1組の10枚のカードに、他の種類の1、2、3、4、5、6のカードを加えて16枚のカードを使います。16枚のカードを親に4枚、他の4人には3枚ずつ配ります。

配った段階で親が九九ができていたら、その九九を発声して、ゲームは終了です。

ばば抜きやジジ抜きと同じように、順番を1(親)、2、3、4、5と決めて、2番の者が1番の親の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかどうかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

3番の者が2番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

4番の者が3番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

5番の者が4番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

1番の親が5番の者の4枚のカードから1枚を選んで受け取り、4枚のカードで九九が出来るかを考えます。九九が出来たらその九九を発声し、ゲームは終了です。

このことを繰り返し、誰から九九が出来るまで続けます。

参加者が6人以上の場合は、3人や4人や5人のグループに分けて行います。

5-2 他の遊び方を考えてみましょう

100 円電卓で対数の値を求めよう！

電卓で、次の操作を行って下さい。これ $\log_{10} 3$ で、の値を求めることができます。

- ① $3 \times \times =$ (で 27 が表示されます。= は 2 回押したので 3 乗しました。)
- ② $\div 10 =$ (で 2.7 が表示されます。)
- ③ $\times \times =$ (で 19.683 が表示されます。= は 2 回押したので 3 乗しました。)
- ④ $\div 10 =$ (で 1.9683 が表示されます。)
- ⑤ $\times \times = =$ (で 15.009464 が表示されます。= は 3 回押したので 4 乗しました。)
- ⑥ $\div =$ (で 1.5009464 が表示されます。)
- ⑦ $\times \times = = =$ (で 11.433811 が表示されます。= は 5 回押したので 6 乗しました。)
- ⑧ $\div 10 =$ (で 1.1433811 が表示されます。)
- ⑨ $\times \times = = = = =$ (で 11.154198 が表示され、= は 17 回押したので 18 乗しました。)
- ⑩ $\div 10 =$ (で 1.1154198 が表示されます。)
- ⑪ $\times \times = = = = = = =$ (で 11.057161 が表示され、= は 21 回なので 22 乗です。)
- ⑫ $\div 10 =$ (1.1057161 表示される)
- ⑬ $\times \times = = = = = = = = =$ (で 1.0087963 が表示され、= は 22 回なので 23 乗です。)
- ⑭ $\div 10 =$ (で 1.0087963 が表示されます。)
-

ここで、 $\times \times = \dots$ という部分の = を何回か押したので何乗したかということ、順に、3 乗、3 乗、4 乗、6 乗、18 乗、22 乗、23 乗、..... となっています。このことから

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{18} \left(1 + \frac{1}{22} (1 + \dots) \right) \right) \right) \right) \right) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{18} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{18} \times \frac{1}{22} + \dots \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216} + \frac{1}{3888} + \frac{1}{85536} + \dots \\ &= 0.3333333\dots \\ &+ 0.1111111\dots \\ &+ 0.0277777\dots \\ &+ 0.0046296\dots \\ &+ 0.0002572\dots \\ &+ 0.0000116\dots \\ &+ \dots \\ &= 0.4771205\dots \end{aligned}$$

となります。

このことは、対数の性質を使って、 $M^r > 10$ となる初めての r を使って

$$\log_{10} M = \frac{1}{r} \log_{10} M^r = \frac{1}{r} \log_{10} \left(10 \times \frac{M^r}{10} \right) = \frac{1}{r} \left(\log_{10} 10 + \log_{10} \frac{M^r}{10} \right) = \frac{1}{r} \left(1 + \log_{10} \frac{M^r}{10} \right) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \log_{10} \frac{M^r}{10}$$

を繰り返し使いました。最初の段階は次式になります。

$$\log_{10} 3 = \frac{1}{3} \log_{10} 27 = \frac{1}{3} \log_{10} (10 \times 2.7) = \frac{1}{3} (\log_{10} 10 + \log_{10} 2.7) = \frac{1}{3} (1 + \log_{10} 2.7) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_{10} 2.7$$

関数電卓で求めてみると、 $\log_{10} 3 = 0.4771212$ と出てきました。

つまり、 $M^r > 10$ となる初めての r を使って $\log_{10} M = \frac{1}{r} \left(1 + \log_{10} \frac{M^r}{10} \right) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \log_{10} \frac{M^r}{10}$ を繰り返し使いました。

(1) $\log_{10} 2$ を100円電卓で求めてみましょう。この値は関数電卓で、0.30103です。

この方法は、底が10の常用対数でなくても使えます。

底が a の場合、 $M^r > a$ となる初めての r を使って $\log_a M = \frac{1}{r} \left(1 + \log_r \frac{M^r}{a} \right) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \log_a \frac{M^r}{a}$ です。

(2) $\log_3 2$ を求めてみましょう。

答え

$$(1) \quad \log_{10} 2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{5} \left(1 + \frac{1}{49} \left(1 + \frac{1}{109} (1 + \dots) \right) \right) \right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{980} + \frac{1}{106820} + \dots \\ = 0.25 + 0.05 + 0.0010204\dots + 0.0000093\dots = 0.3010297\dots$$

$$(2) \quad \log_3 2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{22} \left(1 + \frac{1}{23} \left(1 + \frac{1}{224} (1 + \dots) \right) \right) \right) \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{176} + \frac{1}{4048} + \frac{1}{9067852} + \dots \\ = 0.5 + 0.125 + 0.0056818\dots + 0.000247\dots + 0.0000011\dots = 0.6309329\dots$$

ものづくりの補足

今日は、お話をさせていただきありがとうございます。

この会は、ものづくりを行う人を拡大することを目的に行われているということなので、材料とか道具など少し補足をさせていただきます。

1. 立方体を3つの合同な立体に分割する……角錐の体積の1/3の説明

展開図を印刷した用紙ですが、野町先生に伺い「厚口のカラーコピー用紙」ということなので、近所のお店を回りましたが、カラーコピー用紙はあっても厚口のものはありませんでした。それで、ネットでアマゾンで「厚口カラーコピー用紙」で検索しました。それで、僕は、

・長門屋商店 カラーペーパー ナ-3512 A4 最厚口 25 枚 そら	390 円	ブラントベース
・長門屋商店 カラーペーパー ナ-3502 A4 最厚口 25 枚 レモン 両面印刷用	317 円	ット紙
・長門屋商店 カラーペーパー ナ-3519 A4 最厚口 25 枚 サクラ 両面印刷用	317 円	マット紙
・長門屋商店 コピー用紙 A4 ホワイトペーパー 厚口 100 枚 36001	873 円	
・長門屋商店 カラーペーパー ナ-3419 A4 特厚口 50 枚 サクラ	478 円	マット紙
・長門屋商店 カラーペーパー ナ-3402 A4 特厚口 50 枚 レモン	478 円	マット紙

を注文しました。このメーカーの場合の企画は、

最厚口は、紙厚	0.18mm	154 g/m ²
特厚口は、紙厚	0.14mm	128 g/m ²
厚口は、紙厚	0.13mm	105 g/m ²

です。

このことを伝えて、再度、聞いたら、特厚口を使っているということなので、今回は特厚口のカラーコピー用紙で印刷しました。また、最近アマゾンは安くはないようで、ネットで他の業者を利用したり、ユザワヤで購入しているそうです。また、「SAKAE テクニカルペーパー/極厚口カラー PPC A4 をよく 買っています」とのことでした。

始めに、野町先生に展開図を送ってアドバイスを伺ったら、立体の面だけの展開図ではなく、そこにノリシロを付けて、ノリではなくセロハンテープで留めるといいとアドバイスを受けました。さらに、ノリシロには貼っていく順番を考えて番号を付けることも教わりました。

ノリシロの効果は貼付けるだけでなく、曲げるので形が安定するという大事な役割もあるということです。

また、ノリシロなどの折り目を事前につけてあげると、それで形が決まっているので、回りをハサミで切るときに、少しくらいいい加減になっても影響はありません。

折り目を付ける際に、最もいい道具が鉄筆で、鉄筆がなかったら千枚通しも使えるということです。僕は、細字のインクがなくなりかけたボールペンで折り目をつけました。

折り目の所を山折りにして下さいと説明しましたが、それでは、印刷面が表に出てくるので、谷折りして印刷面が表に現れないようにするのは当然だと野町先生が言われていました。その際も、印刷面に折り筋を付けておけばいいそうです。

持っていったのは、セロハンテープではなく、「ノリテープ」を持っていきました。幅は6mm、8mm、・・・と様々あるようなので、貼る物に合せばいいと思います。僕は百均のミーツで6mmのものを購入しました。最も近いダイソーには置いていませんでしたが、今日、他のダイソーに行ってみたら、置いてありました。そこには、13mmの幅のも売っていました。

貼付けたい部分の片側にノリテープを貼付けて、相手側に合わせるだけで簡単に貼付けることが出来るので、細かい部分には便利だと思います。

m

2. 折り紙で三角定規を折る＋三角比の値の変化

三角定規の折り方は中原克芳先生から教えていただいたもので、でも、折り紙で作るのではなく、コピー用紙など白銀比の紙では折り方なので、折り紙用にしました。コピー用紙で作成するのなら二等辺三角形も余分が出るので、それを使ってパカパカしないように作ってありました。その資料を添付いたします。

普通の三角定規は、2種類の三角定規の斜辺の長さが異なっています。それでは、三角比の値の変化を見るの

に使用できないので、斜辺の長さを揃えた三角定規です。

一般の折り紙は一边が15cmですが、それで折ると大きくなります。それで、7.5cmの折り紙ならノートに貼付けることもできるでしょう。

2通りの大きさで作成したものを添付いたします。三角比の授業の時に、子どもたちに作らせてみてはいかがでしょうか。それも添付いたします。

3. トランプ九九

トランプ九九の話は、東京地区の月例研で、オンラインのときに中原克芳先生が坊主めくり風のことを教えて下さり、はじめて知りました。ネットで「トランプ九九」で検索すると、いろいろな商品が出てきます。でも、これは普通のトランプを使って行います。

12/26の中国地区の研究集会にさんかさせていただき、そこでの講演がこの話でした。そのときに、麻雀風の遊びもしました。大人でも盛り上がります。それで、なるべく多くの人に知って貰おうと思いました。

遊び方として、ばば抜き風を考えました。

トランプ4枚で九九を作る(探す)のですが、ばば抜き風にするには、3人で遊ぶときは親が4枚、2人の子が3枚ずつもって始めます。4枚のカードを持っている者から1枚抜いて、九九が出来るかどうかを考えます。九九が出来て場上がりです。

3人で遊ぶ場合は、0(10のカード)~9の1枚ずつのカードで行いますが、その10枚のうちの4枚で九九が出来るのは、

一の段	: なし
二の段	: $2 \times 3 = 06$ 、 $2 \times 4 = 08$ 、 $2 \times 5 = 10$ 、 $2 \times 7 = 14$ 、 $2 \times 8 = 16$ 、 $2 \times 9 = 18$
三の段	: $3 \times 2 = 06$ 、 $3 \times 4 = 12$ 、 $3 \times 6 = 18$ 、 $3 \times 7 = 21$ 、 $3 \times 8 = 24$ 、 $3 \times 9 = 27$
四の段	: $4 \times 2 = 08$ 、 $4 \times 3 = 12$ 、 $4 \times 5 = 20$ 、 $4 \times 7 = 28$ 、 $4 \times 8 = 32$ 、 $4 \times 9 = 36$
五の段	: $5 \times 2 = 10$ 、 $5 \times 4 = 20$ 、 $5 \times 6 = 30$ 、 $5 \times 8 = 40$
六の段	: $6 \times 3 = 18$ 、 $6 \times 5 = 30$ 、 $6 \times 7 = 42$ 、 $6 \times 9 = 54$
七の段	: $7 \times 2 = 14$ 、 $7 \times 3 = 21$ 、 $7 \times 4 = 28$ 、 $7 \times 6 = 42$ 、 $7 \times 8 = 56$ 、 $7 \times 9 = 63$
八の段	: $8 \times 2 = 16$ 、 $8 \times 3 = 24$ 、 $8 \times 4 = 32$ 、 $8 \times 5 = 40$ 、 $8 \times 7 = 56$ 、 $8 \times 9 = 64$
九の段	: $9 \times 2 = 18$ 、 $9 \times 3 = 27$ 、 $9 \times 4 = 36$ 、 $9 \times 6 = 54$ 、 $9 \times 7 = 63$ 、 $9 \times 8 = 72$

ですが、使われる数字の多い少ないがあります。

4. 百円電卓で対数の値を求める

1/11に東京地区の新春講座がありました。講演とおもたや箱の二本立てですが、今までは、野町先生が準備された物をお手伝いするだけだったので、今回は初めて、自分で取り組もうと試みました。それで、最初に作ったのがこれです。

電卓を使つての手品とか不思議な計算などをまとめてみようと思ったのですが、それはまだしていません。

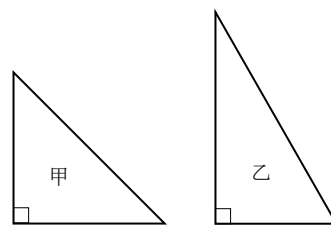
関数電卓でなくても対数の値を求めることが出来ます。それは、対数の性質を使い、分数の和で表します。けこういい値がでます。関数電卓での対数の値の求め方がどうなっているのかを知りたくなりました。

三角定規（一般の三角定規とタレスの三角定規）

広島女学院高等学校非常勤講師 中原克芳

0. 三角定規の角度と辺の長さ

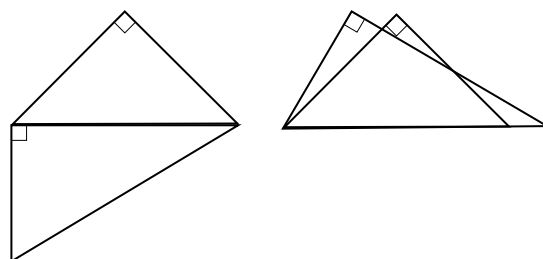
三角定規は2組の直角三角形で構成される。学校では、小学校2年生から教材として使用され、その基本は角度である。三角定規の直角以外の角度は、甲（ 45° ， 45° ）と乙（ 30° ， 60° ）である。ここで三角定規の辺長を考えないのは、甲の場合3辺の比が $1:1:\sqrt{2}$ 、乙の場合は $1:2:\sqrt{3}$ と、小学校では扱わない無理数が現れるからである。しかし実は2組で考える場合、辺長の関係も大切になる。



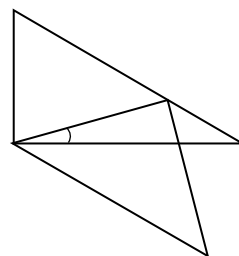
1. 一般の三角定規の辺長の関係

一般の（市販の）三角定規は、甲の斜辺と乙の2番目に長い辺が等しくなるように作られている。このときの長所には次のようなものがある。

- (1) 2つの三角定規の斜辺を底辺と見たとき、高さが等しくなる。このことから収納が容易になる。
- (2) 甲は正方形の二等分、乙は正三角形の二等分であり、その割線の長さが等しい、のようにわかりやすく覚えることができる。
- (3) 右図のように三角定規を置いた場合のような問題を考えることができる（これはかなり特殊な例である）。



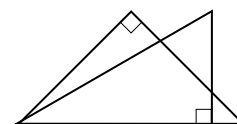
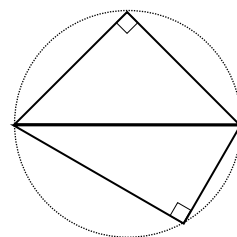
〔問題〕印の付いた角の角度は何度か。



2. タレスの三角定規とその辺長の関係

さて、この度、メモン美加・蒔田加代両氏が三角定規の2組の辺長の関係を変更する案を提案された。それは甲と乙の斜辺を等しくするという案である。甲の大きさを固定した場合、一般の三角定規より乙がわずかに（ $\sqrt{3}/2$ 倍）小さくなる。彼女らはそれを「タレスの三角定規」と名付けた。タレスの三角定規の長所として、両氏は次のように述べている。

- (1) 斜辺を直径とする円に2つの三角定規を内接できる。
- (2) 右図のように底辺をそろえたとき、高さが等しくなる。
- (3) 斜辺が一致しているので、円（三角）関数の説明がしやすくなる。
- (4) タレスの三角定規を複数枚使うと様々な立体（*）を作製できる。



（*）立方8面体。立方体内の正4面体及びその周りの正3角錐（側面が直角二等辺三角形なので、両氏は直角正3角錐と名付けた。正8面体の $1/8$ 合同分割でもある）。等々。

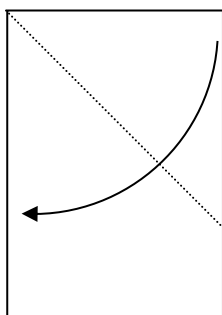
（4）について、小学校低学年ではまず平面図形が基本であり、立体を教えるにしても柱体や球等のわかりやすい物を教えることが先であろう。また立体を教える場合、低学年では積み木のような中が詰まった立体の方が教材としてふさわしいと考える。三角定規を貼り合わせたような空洞の立体は、強度の上でも小学校高学年以上でないと扱いが難しいのではないかな。

タレスの三角定規で、特に（３）の性質は、高校でも、円（三角）関数の導入で利用できそうであるので、多くの方にも知ってもらいたい。そこでタレスの三角定規を広めるために、真方形（２辺の比が $1:\sqrt{2}$ の長方形）の折り紙を用いて折る方法を考えた。一般の三角定規の折り方と合わせて紹介しよう。

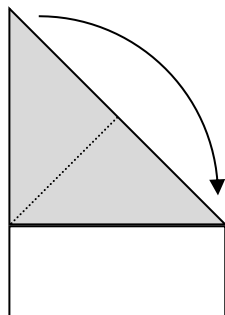
（１）一般の三角定規

・正方形の半分（①～⑤）

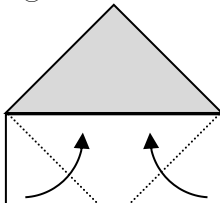
①



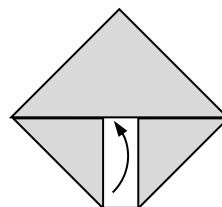
②



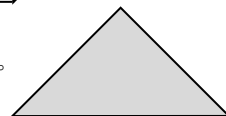
③



④ はみ出し部分を差し込む。

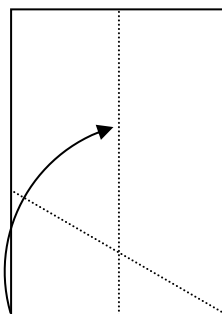


⑤ 完成。

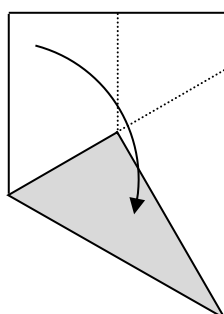


・正三角形の半分（⑥～⑩）

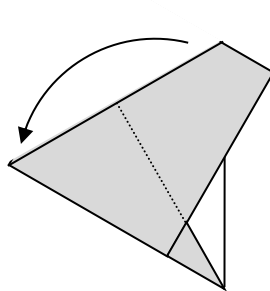
⑥ 左下角を中央に合わせる。



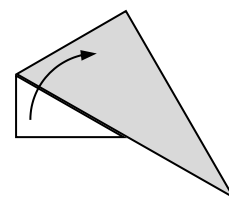
⑦



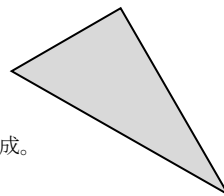
⑧



⑨ はみ出し部分を差し込む。



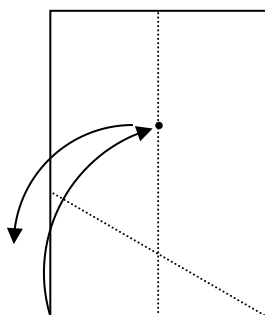
⑩ 完成。



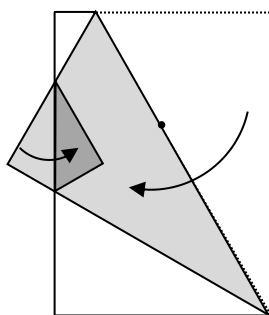
（２）タレスの三角定規（⑪～⑮）

二等辺三角形は一般の三角定規と同じ。

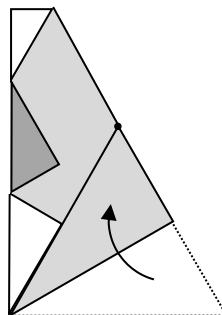
⑪ 左下角を中央に合わせて、印を付ける。



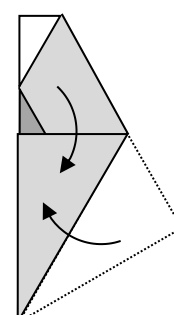
⑫ ⑪の印を基準にして右下から折り、はみ出した部分を折り返す。



⑬ ⑪の印に合わせて、右下から直角三角形を折る。



⑭ ⑬の直角三角形をもう一度折り、はみ出し部分を差し込む（はみだし部分の左端を少し折り曲げると差し込みやすくなる）。



⑮ 完成。

